

1) Siano Δx la deformazione della molla cercata e v_o la velocità del punto materiale nel punto più alto del tratto circolare. Il bilancio energetico in presenza di forze non conservative impone che

$$\frac{1}{2}k\Delta x^2 - mg\mu_d\ell_A = \frac{1}{2}mv_o^2 + 2mgr_o,$$

in cui si è fissato lo zero dell'energia potenziale gravitazionale a livello del piano orizzontale. Poiché, in base alla richiesta del problema, la deformazione Δx deve essere la minima tale che il punto materiale non si distacchi dalla pista circolare, l'accelerazione centripeta nel punto più alto della pista deve eguagliare l'accelerazione di gravità:

$$\frac{v_o^2}{r_o} = g \quad \rightarrow \quad \Delta x = \sqrt{\frac{mg}{k}(2\mu_d\ell_A + 5r_o)}.$$

2) Sia $v(\vartheta)$ il modulo della velocità in un punto generico del tratto circolare, individuato dall'angolo ϑ . L'altezza raggiunta dal punto materiale è anch'essa funzione di ϑ , e vale $h(\vartheta) = (1 - \cos \vartheta)r_o$. Il bilancio energetico impone che

$$\frac{1}{2}k\Delta x^2 - mg\mu_d\ell_A = \frac{1}{2}mv^2(\vartheta) + mgh(\vartheta),$$

da cui, sostituendo il valore di Δx trovato precedentemente e l'espressione di $h(\vartheta)$, si ricava

$$v(\vartheta) = \sqrt{gr_o(3 + 2\cos \vartheta)}.$$

3) La reazione vincolare normale al tratto circolare nel punto generico identificato dall'angolo ϑ eguaglia la somma della forza centripeta e della componente normale alla pista della forza peso

$$R_n(\vartheta) = \frac{mv^2(\vartheta)}{r_o} + mg \cos \vartheta,$$

da cui, sostituendo il valore di $v(\vartheta)$ trovato precedentemente, si ricava

$$R_n(\vartheta) = 3mg(1 + \cos \vartheta).$$

Si verifica così che il valore di Δx determinato precedentemente è tale che la reazione vincolare è nulla nel punto più alto del tratto circolare.

4) Sia d la distanza percorsa lungo il piano inclinato fino al punto di arresto e inversione del moto, cosicché la quota raggiunta dal punto materiale è $h = d \sin \alpha$. Il bilancio energetico impone che

$$\frac{1}{2}k\Delta x^2 - mg\mu_d(\ell_A + \ell_B) = mgd \sin \alpha,$$

da cui, sostituendo il valore di Δx trovato precedentemente, si ricava

$$d = \frac{1}{\sin \alpha} \left(\frac{5}{2}r_o - \mu_d\ell_B \right).$$