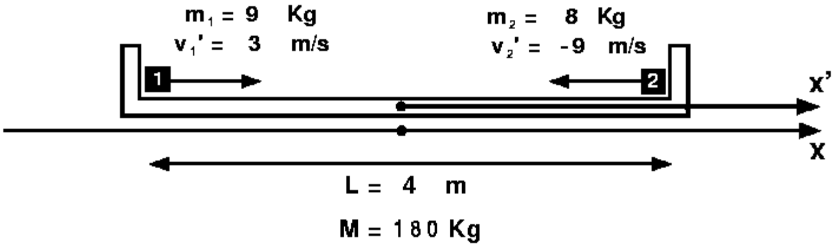
Meccanica dei Sistemi, 1° scritto in aula, 2/5/2002 **numero d'identificazione: 1050**

cognome e nome ________________________________

Due blocchi di massa m_1 e m_2 e dimensioni trascurabili sono collocati ai lati opposti di una slitta di massa M e lunghezza L, la quale è libera di muoversi senza attrito su un terreno orizzontale (vedi figura). Inizialmente ciascun blocco è appoggiato contro la sponda corrispondente della slitta, il sistema è in quiete rispetto al sistema di riferimento S solidale col terreno, e la posizione iniziale del centro della slitta coincide con l'origine del sistema di riferimento S (vedi figura). All'istante t=0 due cariche esplosive sincronizzate, collocate tra ciascun blocco e la sponda corrispondente della slitta, esplodono, scagliando i due blocchi l'uno contro l'altro. Le velocità v_1' e v_2' con cui i due blocchi partono rispetto al sistema di riferimento S' solidale con la slitta sono parallele al pianale della slitta e opposte in verso (vedi figura). L'attrito tra i blocchi e il pianale della slitta è trascurabile. I dati sono mostrati vicino alla figura.



(1) Determinare la velocità V della slitta rispetto al riferimento S dopo l'esplosione delle cariche, specificando il suo verso rispetto all'asse x riportato in figura.

Risposta: Detta V la velocità della slitta nel sistema S dopo l'esplosione, la velocità dei due blocchi, in tale sistema, sarà $v_1=v_1'+V$ e $v_2=v_2'+V$. Dalla conservazione della quantità di moto totale, inizialmente nulla, si ha: $m_1v_1+m_2v_2+MV = 0$, e quindi $V = -(m_1v_1'+ m_2v_2') / (m_1+m_2+M) =$ **.228426396** m/s ; il verso è **positivo** .

(2) Indicando con x_1, x_2 e X le ascisse del blocco 1, del blocco 2 e del centro della slitta nel sistema di riferimento S, e con x_1' e x_2' le ascisse dei blocchi 1 e 2 nel sistema di riferimento S', determinare, per t > 0, le leggi orarie del moto dei due blocchi in entrambi i sistemi di riferimento S e S' e la legge oraria del centro della slitta nel sistema di riferimento S.

Risposta: $x_1 = -(L/2) + (v_1'+V)t$; $x_2 = (L/2) + (v_2'+V)t$;
$X = Vt$ (dove V è quella determinata al punto precedente)
$x_1' = -(L/2) + v_1't$; $x_2' = (L/2) + v_2't$.

(3) Determinare l'istante t_A in cui i due blocchi si urtano.

Risposta: l'urto avviene quando, in qualsiasi dei due sistemi (S o S') le coordinate dei due blocchi coincidono. Da questa condizione viene il risultato $t_A = L / (v_1'-v_2') = L / (v_1-v_2) =$ **.333333333** s.

(4) Assumendo che l'urto tra i due blocchi sia totalmente anelastico, determinare, nel sistema di riferimento S', la velocità v' del blocco di massa m_1+m_2 dopo l'urto. In particolare, rispetto alla slitta S', la velocità punta verso destra o verso sinistra?

Risposta: La quantità di moto del sottosistema costituito dall'insieme dei due blocchi si conserva nel loro urto; in particolare, nel sistema S', ciò implica $v' = (m_1v_1'+ m_2v_2') / (m_1+m_2) =$ **-2.64705882** m/s, che punta a **sinistra** .

(5) Stessa domanda del punto precedente, ma nel sistema di riferimento S: quanto vale qui la velocità v del blocco di massa m_1+m_2? In particolare, qual è il suo verso?

Risposta: Per motivi identici al punto precedente nel riferimento S si ha $v = (m_1v_1+ m_2v_2) / (m_1+m_2)$; se però il punto precedente era stato già correttamente risolto, la cosa piú semplice è usare il risultato precedente e la relazione $v = v' + V$. Numericamente v = **-2.41863243** m/s, che punta anch'essa a **sinistra** . Il fatto non è sorprendente perché (vedi sopra) $v = v'+V = (m_1v_1'+ m_2v_2')[1/(m_1+m_2) - 1/(m_1+m_2+M)] = kv'$, con k > 0.

(6) Per t > t_A il blocco di massa m_1+m_2 si dirigerà verso una delle due sponde della slitta, e prima o poi vi urterà. Assumendo che anche quest'ultimo urto sia totalmente anelastico, determinare, in seguito ad esso, la velocità finale V_f della slitta nel sistema di riferimento S, dando una breve spiegazione del risultato.

Risposta: Dev'essere per forza $V_f = 0$. Infatti dopo l'ultimo urto anelastico l'intero sistema (blocchi e slitta) è diventato un unico corpo di massa $M_{totale} = m_1+m_2+M$ che si muove con velocità V_f e quantità di moto totale $Q_f = M_{totale}V_f$. Siccome tanto l'esplosione iniziale quanto i due urti anelastici successivi conservano la quantità di moto totale, Q_f deve eguagliare quella iniziale, che era nulla; questo si può ottenere soltanto se $V_f = 0$.

(7) Determinare l'istante t_B in cui avviene l'ultimo urto, descritto al punto precedente.

Risposta: Lavoriamo in S'. Se v' > 0 l'urto finale è con la sponda destra. Raggiungerla richiede un tempo Δt pari alla distanza [fra x'= L/2, sponda destra, e $x'= -(L/2)+v_1't_A= (L/2)+v_2't_A$, luogo del primo urto] divisa per la velocità v'; con questa condizione si ottiene $\Delta t = -v_2't_A / v'$, da cui $t_B = t_A+\Delta t = t_A (1-v_2'/ v')$. Se v' < 0 l'urto finale è con la sponda sinistra e per ragioni analoghe si ottiene $t_B = t_A (1-v_1' / v')$. Risultato numerico: $t_B =$ **.711111111**