In ogni modo, immaginando anche stavolta di aver fatto gli integrali e aver poi minimizzato l'energia elettronica rispetto alle due funzioni a un elettrone ψ_{1s} e ψ_{2s} sotto il vincolo di normalizzazione, si ottengono anche in questo caso due equazioni Hartree-Fock:

$$
\begin{aligned}
\left[-\frac{1}{2}\nabla^2 - \frac{4}{r} + \int d^3r' \frac{|\psi_{1s}(r')|^2 + 2|\psi_{2s}(r')|^2}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right]\psi_{1s}(r) & \\
-\psi_{2s}(r)\left[\int d^3r' \frac{\psi_{2s}^*(r')\psi_{1s}(r')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right] &= \varepsilon_{1s}\psi_{1s}(r) \\
\left[-\frac{1}{2}\nabla^2 - \frac{4}{r} + \int d^3r' \frac{2|\psi_{1s}(r')|^2 + |\psi_{2s}(r')|^2}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right]\psi_{2s}(r) & \\
-\psi_{1s}(r)\left[\int d^3r' \frac{\psi_{1s}^*(r')\psi_{2s}(r')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right] &= \varepsilon_{2s}\psi_{2s}(r).
\end{aligned}
$$

La derivazione delle equazioni Hartree-Fock per un caso sempre semplice (shell completi), ma un po' piú generale e con piú passaggi di rispetto all'elio e al berillio illustrati in questi appunti, si può trovare ad esempio in queste **16 slide**, che sono parte di un **corso di Chimica Computazionale** dell'University of Minnesota basato su un **testo molto ampio**.