$\vec{\nabla}$ e $\vec{A}$ sono operatori vettoriali : $\vec{\nabla} = \partial_i$, $\vec{A} = A_i$ con $i = x, y, z$

$$\text{ovvero} \quad \vec{\nabla} = \begin{cases} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{cases} \quad ; \quad \vec{A} = \begin{cases} A_x(x, y, z\,; t) \\ A_y(x, y, z\,; t) \\ A_z(x, y, z\,; t) \end{cases}$$

$$(\vec{\nabla} \cdot \vec{A} - \vec{A} \cdot \vec{\nabla})\,\psi = \vec{\nabla} \cdot (\vec{A}\psi) - \vec{A} \cdot (\vec{\nabla}\psi) =$$

$$= (\vec{\nabla} \cdot \vec{A})\,\psi + \vec{A} \cdot \nabla\psi - \vec{A} \cdot \vec{\nabla}\psi = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A})\,\psi$$

ergo

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0 \Longleftrightarrow (\vec{\nabla} \cdot \vec{A} - \vec{A} \cdot \vec{\nabla})\,\psi = 0$$

N.B. Per la precisione $\left[\vec{\nabla}, \vec{A}\right]$, il commutatore degli operatori $\vec{\nabla}$ e $\vec{A}$, è un operatore tensoriale : $\hat{T}_{ij} = \left[\partial_i, A_j\right]$ con $i, j = x, y, z$, del quale l'operatore $(\vec{\nabla} \cdot \vec{A} - \vec{A} \cdot \vec{\nabla})$ è la traccia : $\sum_i \hat{T}_{ii} = \sum_i (\partial_i A_i - A_i \partial_i)$. Ovvero, come mi ha fatto notare uno studente, la prima frase di 1.2.5 è piuttosto imprecisa; piú precisamente si dovrebbe dire : il prodotto scalare degli operatori $\vec{\nabla}$ e $\vec{A}$ risulta commutativo quando $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$.